



## JAK POPRAWNIE ZASTOSOWAĆ WIELOWYMIAROWĄ ANALIZĘ WARIANCJI (MANOVA) – POKONAĆ TRUDNOŚCI I OSIĄGNAĆ KORZYŚCI

*Janusz Wątroba, StatSoft Polska Sp. z o.o.*

W zastosowaniach metod statystycznych od dłuższego czasu można zaobserwować wyraźny wzrost zainteresowania metodami wielowymiarowymi. Wynika to w głównej mierze z faktu, iż w bardzo wielu dziedzinach badań empirycznych ich przedmiotem są zjawiska o złożonej, wielowymiarowej strukturze. Jedną z takich coraz chętniej stosowanych metod jest wielowymiarowa analiza wariancji (MANOVA). Jest ona stosowana do jednoczesnego badania powiązań pomiędzy jedną lub wieloma zmiennymi niezależnymi typu jakościowego oraz dwoma lub większą liczbą zmiennych zależnych typu ilościowego. Stanowi zatem uogólnienie jednowymiarowej analizy wariancji (ANOVA) i podobnie jak w przypadku jednowymiarowym może być wykorzystywana zarówno w przypadku badań eksperymentalnych (gdy badacz kontroluje przypisanie badanych jednostek do porównywanych grup), jak i badań o charakterze obserwacyjnym (gdy przypisanie jednostek do porównywanych grup nie zależy od badacza).

Dla zilustrowania przebiegu i korzyści, jakie daje zastosowanie wielowymiarowej analizy wariancji, wykorzystano przykład badań międzykulturowych, dotyczących oceny zróżnicowania cech osobowości wśród studentów uczelni amerykańskich, pochodzących z różnych grup etnicznych [1].

Wszystkie zaprezentowane wyniki analiz statystycznych przeprowadzono z użyciem narzędzi dostępnych w środowisku programu *STATISTICA* [7].

### Wprowadzenie

Jedną z coraz chętniej wykorzystywanych metod wielowymiarowych jest wielowymiarowa analiza wariancji (MANOVA). Można wyróżnić dwie główne sytuacje, w których jest ona stosowana. W pierwszej z nich badacz ma do czynienia z kilkoma zmiennymi zależnymi i potrzebuje przeprowadzić jeden, całościowy test obejmujący zbiór zmiennych, zamiast wielu pojedynczych testów. Druga sytuacja, zazwyczaj ważniejsza, to badanie sposobu, w jakim zmienne niezależne wpływają na traktowany łącznie zbiór zmiennych zależnych. Dzięki temu badacz jest w stanie uchwycić ukrytą, wielowymiarową strukturę, tworzoną



przez zmienne zależne. Głównym celem MANOVA jest maksymalne rozróżnienie porównywanych grup badawczych za pomocą kombinacji liniowych branych pod uwagę zmiennych zależnych.

Koncepcja wielowymiarowej analizy wariancji została wprowadzona przez Wilksa [10]. Jednak do czasu opracowania statystyk testów i odpowiednich tablic rozkładów oraz większej dostępności programów komputerowych, które pozwalają łatwo wykonywać obliczenia związane z MANOVA, nie była ona na szerszą skalę stosowana w praktyce. Warto podkreślić, że zarówno ANOVA jak i MANOVA są szczególnie przydatne w powiązaniu z planowaniem eksperymentów, tzn. w badaniach, w których badacz w bezpośredni sposób kontroluje lub „manipuluje” jedną lub wieloma zmiennymi niezależnymi w celu uzyskania określonego wpływu na zmienną lub zmienne zależne. Metody te dostarczają narzędzi niezbędnych do oceny zaobserwowanego efektu (tzn. czy obserwowaną różnicę można przypisać działaniu kontrolowanego czynnika czy też jest ona efektem zmienności czysto losowej). Jednakże MANOVA znajduje też zastosowanie w badaniach typu obserwacyjnego (np. badaniach sondażowych), w których badacz definiuje interesujące go grupy jednostek (np. kobieta/mężczyzna, kupujący/niekupujący), a następnie ocenia statystyczną istotność różnic dla pewnej liczby zmiennych ilościowych (ujmujących takie aspekty jak: postawy, satysfakcję, itp.).

## Pojęcie wymiaru

Dla dobrego zrozumienia ogólnej idei metod *wielowymiarowej analizy statystycznej* kluczowym pojęciem jest pojęcie *wymiaru* (ang. *variate*), który oznacza kombinację liniową zmiennych z empirycznie wyznaczonymi na podstawie danych wagami [2]. Zmienne tworzące kombinację liniową są określane przez badacza, natomiast wagi (współczynniki wagowe) są wyznaczane przez zastosowanie odpowiednich technik analizy wielowymiarowej tak aby było spełnione pewne kryterium. Wynikiem jest pojedyncza wartość reprezentująca kombinację *całego zbioru* zmiennych, najlepiej realizująca cel konkretnej analizy wielowymiarowej. Przykładowo w przypadku regresji wielorakiej *wymiar* jest wyznaczany w taki sposób, aby maksymalizować korelację pomiędzy wieloma zmiennymi niezależnymi a pojedynczą zmienną zależną. W przypadku analizy dyskryminacyjnej *wymiar* jest tak wyznaczany, aby dla każdej obserwacji utworzyć wartości maksymalizujące zróżnicowanie pomiędzy grupami obserwacji. Z kolei w analizie czynnikowej *wymiary* są tak wyznaczane, aby jak najlepiej reprezentowały ukrytą strukturę lub wzorce zmiennych reprezentowanych przez ich wzajemne korelacje. W każdym z powyższych przypadków *wymiar* oddaje wielowymiarowy charakter analizy. Można zatem powiedzieć, że pojęcie *wymiaru* w różnych aspektach stanowi kluczowy punkt analizy. Trzeba dobrze rozumieć nie tylko jego łączny wpływ w sensie celów realizowanych przez daną technikę wielowymiarową, ale również wkład wnoszony przez każdą z pojedynczych zmiennych do całościowego efektu *wymiaru*.

W badaniach empirycznych bardzo często spotyka się sytuację, w której badacz zbiera informacje na temat badanych obiektów (jednostek doświadczalnych) w postaci wielu

zmiennych zależnych i jednocześnie badane obiekty są specjalnie rozmieszczone (lub występują w naturalny sposób) w obrębie porównywanych grup. Przykładowo w badaniach medycznych mierzy się poziom wielu parametrów klinicznych (np. ciśnienie krwi, częstość skurczów serca czy stężenie różnych substancji we krwi) u pacjentów poddanych działaniu różnych leków lub zabiegów leczniczych. Często badacz zakłada występowanie pewnego układu tzw. *niezależnych czynników rokowniczych*. Z kolei w badaniach uprawowych w doświadczalnictwie rolniczym badacz może być zainteresowany jednocześnie wielkością plonów i zawartością różnych składników w przypadku stosowania różnych sposobów nawożenia roślin uprawnych.

## Główny cel wielowymiarowej analizy wariancji (MANOVA)

W przypadku występowania wielu zmiennych zależnych badacz może być najbardziej zainteresowany tym, czy występują różnice pomiędzy grupami w zakresie wszystkich zmiennych zależnych branych jednocześnie pod uwagę. Weryfikowana hipoteza dotyczy efektów grupowych dla kombinacji badanych zmiennych zależnych i zamiast (jak w przypadku analizy wariancji dla jednej zmiennej zależnej) porównania średnich pomiędzy grupami porównuje się *centroidy* grup (wektory średnich) dla dwóch lub większej liczby zmiennych zależnych.

## Opis przykładowego problemu badawczego

Dla zilustrowania przebiegu wielowymiarowej analizy wariancji zostaną wykorzystane wyniki badań międzykulturowych dotyczących oceny zróżnicowania cech osobowości wśród studentów amerykańskich, pochodzących z różnych grup etnicznych [1]. W badaniach uczestniczyło 203 studentów, których poproszono o wypełnienie popularnego kwestionariusza do oceny wymiarów osobowości NEO PI-R autorstwa Costy i McRae [11]. Kwestionariusz opiera się na pięcioczynnikowym modelu osobowości zwanym „*wielką piątką*” [9] i obejmuje następujące czynniki osobowości:

- ♦ **neurotyczność** (vs **stałość emocjonalna**), który odzwierciedla przystosowanie emocjonalne versus emocjonalne niezrównoważenie, skłonność do przeżywania negatywnych emocji (strachu, zmieszania, gniewu, poczucia winy) oraz podatność na stres psychologiczny,
- ♦ **ekstrawersja** (vs **introwersja**), który odnosi się do jakości i ilości interakcji społecznych oraz poziomu aktywności, energii, a także zdolności do doświadczania pozytywnych emocji,
- ♦ **otwartość na doświadczenie** (vs **zamknięcie na doświadczenie**), który wskazuje na tendencję do pozytywnego wartościowania doświadczeń życiowych, tolerancję na nowość i ciekawość poznawczą,
- ♦ **ugodowość** (vs **nieuściepliwość**), który opisuje nastawienie do innych ludzi (pozytywne versus negatywne) przejawiające się w altruizmie albo antagonizmie,

- ◆ **sumienność** (vs **nieukierunkowanie**), który oddaje stopień zorganizowania, wytrwałości i motywacji jednostki w działaniach zorientowanych na cel.

Ocena każdego z powyższych czynników osobowości jest wyrażona w punktach (w zakresie od 0 do 192 pkt). Zakłada się przedziałowy poziom pomiaru. Zmienne określające poszczególne czynniki (wymiary) osobowości: *Neurotyczność*, *Ekstrawersja*, *Otwartość na doświadczenia*, *Ugodowość* oraz *Sumienność* pełnią w analizie rolę zmiennych zależnych. Osoby biorące udział w badaniu zostały sklasyfikowane do następujących trzech odrębnych grup etnicznych:

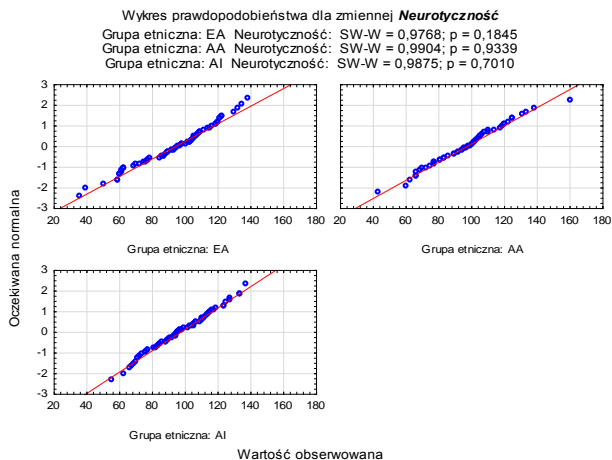
- ◆ **EA** - Amerykanie o pochodzeniu europejskim, mieszkający przez całe życie w USA,
- ◆ **AA** - Amerykanie o pochodzeniu azjatyckim, mieszkający w USA jeszcze przed ukończeniem 6-go roku życia,
- ◆ **AI** - „Wielonarodowościowcy” o pochodzeniu azjatyckim, którzy przeprowadzili się do USA po ukończeniu 6-go roku życia.

Przynależność do powyższych grup jest zmienną typu jakościowego (*Grupa etniczna*), która w opisywanej analizie będzie pełnić rolę zmiennej niezależnej.

Głównym celem analizy jest stwierdzenie, czy istnieją różnice w zakresie cech osobowości (traktowanych jako kategoria wielowymiarowa) pomiędzy studentami wywodzącymi się z różnych grup etnicznych.

## Wstępna analiza danych przy użyciu ANOVA i analizy korelacji

W charakterze analizy wstępnej została najpierw przeprowadzona analiza wariancji osobno dla każdej ze zmiennych opisujących cechy osobowości badanych osób. Przed jej wykonaniem sprawdzono założenia normalności rozkładu analizowanych zmiennych w obrębie badanych grup oraz równość wariancji analizowanych zmiennych pomiędzy grupami.



Rys. 1. Skategoryzowany wykres normalności dla zmiennej *Neurotyczność*.

Zmienna	Test jednorod. wariancji Browna-Forsythe'a (Osobowość a pochodzenie.sta) Zaznaczone efekty są istotne z $p < ,05000$							
	SS Efekt	df Efekt	MS Efekt	SS Błąd	df Błąd	MS Błąd	F	p
<b>Neurotyczność</b>	301,1611	2	150,5804	33498,25	200	167,4912	0,899035	0,408600
Ekstrawersja	138,232	2	69,1161	29688,94	200	148,4447	0,465602	0,628436
Otwartość na doświadczenie	356,934	2	178,4668	20903,13	200	104,5157	1,707561	0,183940
Ugodowość	953,521	2	476,7604	25413,50	200	127,0675	3,752024	0,025139
Sumienność	1011,347	2	505,6736	24544,86	200	122,7243	4,120403	0,017637

Rys. 2. Wyniki testu Browna-Forsytha.

Powyżej dla przykładu zamieszczono skategoryzowany wykres normalności utworzony dla zmiennej *Neurotyczność* w obrębie porównywanych grup badanych wraz z wynikami testu normalności Shapiro-Wilka oraz wyniki testu Browna-Forsytha służącego do oceny równości wariancji pomiędzy porównywanymi grupami badanych.

Jak widać, w przypadku niektórych zmiennych założenia były naruszone. W takiej sytuacji wielu autorów powołuje się na odporność testu F na umiarkowane odchylenia od tych założeń [5]. Podobnie uznano w przypadku opisywanej analizy. W kolejnym kroku, zgodnie z przyjętym tokiem analizy, przeprowadzono jednowymiarowe testy zróżnicowania przeciętnego poziomu branych pod uwagę cech osobowości w porównywanych grupach studentów sklasyfikowanych do trzech grup etnicznych. Tabelę analizy wariancji z wynikami zamieszczono poniżej.

Zmienna	Analiza wariancji (Osobowość a pochodzenie.sta) Zaznaczone efekty są istotne z $p < ,05000$							
	SS Efekt	df Efekt	MS Efekt	SS Błąd	df Błąd	MS Błąd	F	p
<b>Neurotyczność</b>	456,851	2	228,427	90650,37	200	453,2518	0,50397	0,604891
Ekstrawersja	12180,69	2	6090,346	68087,41	200	340,4370	17,88979	0,000000
Otwartość na doświadczenie	8773,97	2	4386,987	58283,59	200	291,4180	15,05393	0,000001
Ugodowość	6550,10	2	3275,049	61033,79	200	305,1690	10,73192	0,000037
Sumienność	1297,48	2	648,741	68134,10	200	340,6705	1,90431	0,151617

Rys. 3. Tabela z wynikami jednowymiarowej analizy wariancji.

Przy ocenie istotności zróżnicowania wartości przeciętnych pomiędzy porównywanymi grupami ze względu na występowanie wielu zmiennych zaleca się zastosowanie poprawki chroniącej przed wzrostem efektywnego poziomu istotności testu przy przeprowadzaniu wielu porównań. Korzystając z tzw. poprawki Bonferroniego i korygując poziom istotności do 0,01 (0,05/5), za istotne statystycznie możemy uznać zróżnicowanie jakie wystąpiło w przypadku trzech cech osobowości: *Ekstrawersji*, *Otwartości na doświadczenie* oraz *Ugodowości*. W przypadku dwóch pozostałych cech: *Neurotyczności* i *Sumienności* stwierdzamy brak podstaw do odrzucenia hipotezy o równości wartości przeciętnych tych cech w porównywanych grupach badanych osób.

Dla zmiennych, w przypadku których otrzymano istotne statystycznie wyniki testu *F*, powinno się w dalszej kolejności przeprowadzić szczegółowe porównania średnich grupowych dla wyjaśnienia istoty różnic występujących pomiędzy grupami osób o różnym pochodzeniu etnicznym. W przypadku takiej analizy wyniki należy interpretować osobno dla każdej z branych pod uwagę cech osobowości, ponieważ zastosowane podejście

jednowymiarowe pomija ewentualne wzajemnie powiązania, które mogą występować pomiędzy zmiennymi opisującymi badane cechy osobowości.

W tym miejscu należy zwrócić uwagę na to, że w odróżnieniu od podejścia jednowymiarowego w podejściu wielowymiarowym (co zostanie pokazane w dalszej części opracowania) uwzględnia się powiązania występujące pomiędzy badanymi pięcioma cechami osobowości. W związku z tym w kolejnym kroku sprawdzono powiązania pomiędzy badanymi cechami osobowości za pomocą współczynników korelacji liniowej Pearsona. W tabeli poniżej zamieszczono macierz współczynników korelacji pomiędzy cechami osobowości.

Zmienna	Korelacje (Osobowość a pochodzenie.sta)				
	Oznaczone wsp. korelacji są istotne z $p < ,05000$ N=203 (Braki danych usuwano przypadkami)				
	Neurotyczność	Ekstrawersja	Otwartość na doświadczenie	Ugodowość	Sumiennosc
Neurotyczność	1,000	-0,255	-0,019	-0,097	-0,397
Ekstrawersja	-0,255	1,000	0,353	0,011	0,371
Otwartość na doświadczenie	-0,019	0,353	1,000	0,232	0,125
Ugodowość	-0,097	0,011	0,232	1,000	0,097
Sumiennosc	-0,397	0,371	0,125	0,097	1,000

Rys. 4. Korelacje pomiędzy zmiennymi (współczynniki istotnie różne od zera zostały przedstawione czcionką pobrubiczną i pochyłą).

Jak widać, zmienne są ze sobą skorelowane na różnym poziomie. Każda ze zmiennych koreluje istotnie przynajmniej z jedną inną zmienną.

## Wyniki zastosowania wielowymiarowej analizy wariancji (MANOVA)

Korzystając z wyników opisanego na wstępie badania zróżnicowania podstawowych cech osobowości w grupach studentów amerykańskich uczelni, wywodzących się z trzech różnych grup etnicznych, przejdziemy obecnie do przedstawienia „prawdziwie” wielowymiarowego podejścia. Będzie ono polegało na zbadaniu kombinacji liniowych rozważanych cech osobowości, które mogłyby różnicować studentów amerykańskich o pochodzeniu europejskim, studentów amerykańskich o pochodzeniu azjatyckim oraz studentów „wielonarodowościowców” o pochodzeniu azjatyckim. Zakładając brak hipotetycznego modelu opisującego powiązanie pomiędzy cechami osobowości tworzącymi *wielką piątkę*, kolejne kroki stosowane przy przeprowadzaniu wielowymiarowej analizy wariancji podano poniżej:

1. Przeprowadzenie „całościowego” testu różnic (ang. *omnibus test*) pomiędzy porównywanymi grupami dla kombinacji liniowej pięciu cech osobowości.
2. Badanie kombinacji liniowych cech osobowości wyrażonych za pomocą funkcji dyskryminacyjnych.
3. Uproszczenie i interpretacja najistotniejszej kombinacji liniowej.
4. Testowanie istotności statystycznej uproszczonej kombinacji liniowej (konstruktu o charakterze wielowymiarowym).

5. Przeprowadzenie dalszych, szczegółowych testów różnic międzygrupowych dla uproszczonego konstruktów wielowymiarowego.

W przypadku możliwości przyjęcia „apriorycznego” modelu powiązań opisujących badane cechy osobowości proponowane jest uproszczone podejście, które jednak w niniejszym opracowaniu nie będzie omawiane. Zainteresowanych odsyłam do artykułu, którego autorami są Grice i Iwasaki [1].

### **Przeprowadzenie całościowego testu MANOVA**

Hipoteza zerowa w całościowym teście postuluje brak zróżnicowania pomiędzy badanymi grupami badanych studentów w odniesieniu do populacyjnych średnich którejkolwiek z kombinacji liniowych branych pod uwagę cech osobowości. Wyniki testowania tej hipotezy przedstawiono poniżej.

Wielowymiarowe testy istotności (Osobowość a pochodzenie.sta) Parametryzacja z sigma-ograniczeniami Dekompozycja efektywnych hipotez						
Efekt	Test	Wartość	F	Efekt df	Błąd df	p
Wyraz wolny	Wilksa	0,0054	7270,287	5	196	0,00000
	Pillai'a	0,9946	7270,287	5	196	0,00000
	Hotelln.	185,4665	7270,287	5	196	0,00000
	Roy'a	185,4665	7270,287	5	196	0,00000
Grupa etniczna	Wilksa	0,6233	10,453	10	392	0,00000
	Pillai'a	0,4186	10,430	10	394	0,00000
	Hotelln.	0,5372	10,476	10	390	0,00000
	Roy'a	0,3389	13,354	5	197	0,00000

Rys. 5. Wyniki wielowymiarowych testów MANOVA.

Przy testowaniu powyższej hipotezy przeprowadzane są cztery wielowymiarowe testy: Wilksa, Pillai'a, Hotellinga i Roya. Szczegółowe omówienie tych statystyk można znaleźć w pracy Huberty'ego [3]. Wyniki każdego z zastosowanych testów pokazują, że badany wielowymiarowy wpływ okazał się statystycznie istotny. Spośród przeprowadzonych testów prawdopodobnie test Lambda Wilksa jest najbardziej popularny. Niektórzy autorzy, np. Tabachnik i Fidell [8] sugerują nawet podawanie tej statystyki zamiast innych statystyk.

### **Badanie kombinacji liniowych**

Jak to było już wcześniej kilkakrotnie wspomniane, badany wielowymiarowy wpływ jest wyrażany poprzez kombinacje liniowe 5. badanych cech osobowości. Kombinacje liniowe są z kolei określone poprzez współczynniki funkcji dyskryminacyjnej, które można otrzymać w postaci surowej albo standaryzowanej. Wartości tych współczynników zostały przedstawione poniżej.

Zmienna	Współczynniki surowe dla zmiennych kanonicz.		Zmienna	Współczynniki standaryzowane dla zmiennych kanonicz.	
	Pierw1	Pierw2		Pierw1	Pierw2
Neurotyczność	0,00580	0,0070	Neurotyczność	0,123556	0,148930
Ekstrawersja	0,06027	0,0002	Ekstrawersja	1,111999	0,003089
Otwartość na doświadczenie	-0,04239	0,0423	Otwartość na doświadczenie	-0,723694	0,722179
Ugodowość	0,02758	0,0310	Ugodowość	0,481802	0,541930
Sumienność	-0,00748	0,0096	Sumienność	-0,138107	0,176395

Rys. 6. Surowe i standaryzowane współczynniki funkcji dyskryminacyjnej.

Przedstawione współczynniki są *de facto* współczynnikami regresji, które przemnożone przez surowe wartości lub standaryzowane wartości badanych cech osobowości tworzą wielowymiarowe konstrukty rozważane w niniejszym opracowaniu. Oddają one zatem istotę wielowymiarowej analizy wariancji, ponieważ odzwierciedlają bezpośrednio sposób powiązania zmiennych zależnych dla zmaksymalizowania dyskryminacji pomiędzy badanymi grupami studentów o różnym pochodzeniu etnicznym. Liczba kombinacji liniowych jest o jeden mniejsza od mniejszej z dwóch liczb: liczby grup i liczby zmiennych zależnych. Wyznaczone kombinacje liniowe są nieskorelowane i uporządkowane według wielkości ich powiązania ze zmienną niezależną.

Na podstawie podanych w tabeli surowych współczynników pierwszy wielowymiarowy konstrukt może zostać wyrażony jak poniżej:

$$\text{Konstrukt 1} = \text{Neurot} * (0,0058) + \text{Ekstr} * (0,0603) + \text{Otw} * (-0,0423) + \text{Ugod} * (-0,0276) + \text{Sum} * (0,0075)$$

Powstała na podstawie powyższej formuły nowa zmienna może zostać poddana analizie wariancji. Wyniki analizy przedstawia poniższa tabela.

Efekt	Jednowymiarowe testy istotności dla Konstrukt_1 (Osobowość a pochodzenie.sta)				
	SS	Stopnie swobody	MS	F	p
Wyraz wolny	4837,241	1	4837,241	4836,938	0,000000
Grupa etniczna	67,789	2	33,895	33,893	0,000000
Błąd	200,013	200	1,000		

Rys. 7. Wyniki ANOVA dla Konstrukt\_1.

Wyniki analizy potwierdzają zróżnicowanie przeciętnego poziomu Konstrukt\_1 pomiędzy porównywanymi grupami. Miara siły powiązania (tzw.  $\eta^2$ -cząstkowe) pomiędzy zmienną niezależną a Konstruktem\_1 wyniosła 0,25.

W podobny sposób można obliczyć i poddać analizie wariancji Konstrukt\_2. Zróżnicowanie okazuje się również istotne, a  $\eta^2$ -cząstkowe wynosi 0,17.

### **Uproszczenie i interpretacja najistotniejszej kombinacji liniowej**

Następnym krokiem analizy jest interpretacja wielowymiarowych konstruktów zdefiniowanych za pomocą funkcji dyskryminacyjnych. Dla przykładu zostanie uproszczony i poddany interpretacji pierwszy konstrukt wyznaczony dla cech osobowości. Postępowanie jest tutaj podobne jak w przypadku *eksploracyjnej analizy czynnikowej* (ang. *exploratory factor analysis*), gdzie badacz łączy pozycje i przystępuje do identyfikacji zbioru wspólnych



czynników z przekonaniem, że odzwierciedlają one teoretycznie sensowne konstrukty (np. cechy osobowości, objawy kliniczne, wymiary inteligencji itp.), tkwiące u podstaw oryginalnych pozycji. Poprzez badanie wzorców, struktury lub współczynników wartości czynnikowych czynniki są interpretowane, tzn. nadawana jest im pewna etykieta lub nazwa. Same czynniki są wyznaczane matematycznie jako wielowymiarowe funkcje oryginalnych pozycji branych pod uwagę w analizie i w ten sposób są podobne do funkcji dyskryminacyjnych w MANOVA. Dlatego też metody powszechnie stosowane przy interpretacji czynników mogą być również wykorzystywane przy interpretacji znaczenia wielowymiarowych konstruktów.

W przypadku wielowymiarowej analizy wariancji nadawanie nazw wielowymiarowym konstruktom powinno rozpoczynać się od badania uproszczonych wersji współczynników funkcji dyskryminacyjnej.

Jeśli zmienne zależne są wyrażone na różnych skalach, wówczas przy interpretacji i obliczaniu uproszczonych konstruktów zaleca się wykorzystywanie współczynników standaryzowanych i wartości standaryzowanych. Natomiast jeśli wszystkie zmienne są mierzone na tej samej skali, wtedy preferowane są surowe (tzn. niestandaryzowane) współczynniki i wartości.

Pierwszy konstrukt jest zatem upraszczany poprzez wzięcie pod uwagę stosunkowo największych surowych współczynników funkcji dyskryminacyjnej. Postać pełnej funkcji jest podana poniżej:

$$\text{Konstrukt 1} = \text{Neurot} * (0,0058) + \text{Ekstr} * (0,0603) + \text{Otw} * (-0,0423) + \text{Ugod} * (-0,0276) + \text{Sum} * (0,0075)$$

Widać wyraźnie, że współczynniki dla zmiennej *Neurotyczność* i *Sumienność* są relatywnie małe i bliskie zera. Sprowadzenie ich wartości do zera daje uproszczoną postać:

$$\text{Konstrukt 1} = \text{Neurot} * (0,0) + \text{Ekstr} * (0,0603) + \text{Otw} * (-0,0423) + \text{Ugod} * (-0,0276) + \text{Sum} * (0,0)$$

Podobnie jak w przypadku interpretacji przeprowadzanej w analizie czynnikowej różnice pomiędzy relatywnie dużymi współczynnikami funkcji są ignorowane. Innymi słowy, wartości te są zamieniane na „1” i pozostawiane są ich znaki. Tak więc uproszczony konstrukt przyjmie postać:

$$\text{Konstrukt 1} = \text{Ekstr} * (1) + \text{Otw} * (-1) + \text{Ugod} * (-1)$$

W konsekwencji wielowymiarowy konstrukt, który różnicuje badane grupy studentów o różnym pochodzeniu etnicznym, sprowadza się do wysokiego poziomu *Ekstrawersji* na tle niskiego poziomu *Otwartości na doświadczenie* i *Ugodowości*. Sensowna nazwa, którą można byłoby nadać temu nowemu wielowymiarowemu konstruktwi, mogłaby brzmieć: „*Powściągliwość-Otwartość*”. Osoby mające niskie wyniki w tym wymiarze są *spokojne* lub *nastawione z rezerwą* na nowe doświadczenia. Z kolei osoby charakteryzujące się wysokimi wynikami w tym wymiarze mogą zostać opisane jako *tradycyjnie towarzyskie* (tzn. ekstrawertyczne, ugodowe i mało otwarte). Zatem ten wymiar interpretować można jako *Powściągliwość-Otwartość* vs. *Towarzystwość-Tradycjonalizm*.

Proces uproszczenia i próba interpretacji jest chyba najważniejszym etapem wielowymiarowej analizy wariancji, ponieważ pozwala przejść od efektu czysto statystycznego do

efektu znaczącego merytorycznie. Jeśli zatem w trakcie analizy okazuje się, że utworzony konstrukt wielowymiarowy (tzn. funkcja dyskryminacyjna) nie da się nazwać i sensownie zinterpretować, wówczas rozsądnym rozwiązaniem wydaje się powrót do oddzielnych jednowymiarowych analiz wariancji. W przeciwnym wypadku badacz może stanąć w obliczu sytuacji, w której efekt wielowymiarowy jest potencjalnie mocny oraz istotny statystycznie, ale pozbawiony sensu teoretycznego.

### ***Testowanie istotności statystycznej uproszczonej kombinacji liniowej***

Można teraz postawić pytanie, czy grupy studentów o różnym pochodzeniu etnicznym różnią się istotnie statystycznie średnimi wartościami uproszczonego konstruktu *Powściągliwość-Otwartość*. Wielowymiarowy konstrukt utworzony w wyniku procesu uproszczenia jest efektem dopasowania do pierwszej funkcji dyskryminacyjnej i powinien być testowany pod kątem istotności statystycznej. Wyniki testowania przedstawiono poniżej.

Efekt	Jednowymiarowe testy istotności dla Konstruk_t_1_upr Parametryzacja z sigma-ograniczeniami Dekompozycja efektywnych hipotez				
	SS	Stopnie swobody	MS	F	p
Wyraz wolny	237,8892	1	237,8892	154,8235	0,000000
Grupa etniczna	57,7606	2	28,8803	18,7959	0,000000
Błąd	307,3038	200	1,5365		

Rys. 8. Wyniki ANOVA uproszczonej kombinacji liniowej.

Zamieszczone w tabeli wyniki wskazują na istotne statystycznie zróżnicowanie wartości przeciętnych wymiaru *Powściągliwość-Otwartość* pomiędzy porównywanymi grupami badanych osób.

### ***Szczegółowe testy różnic międzygrupowych dla uproszczonego konstrukt wielowymiarowego***

Podobnie jak w przypadku jednowymiarowej analizy wariancji całościowy efekt wielowymiarowy dla porównywanych trzech grup powinien zostać zakończony szczegółowymi porównaniami typu post-hoc lub porównaniami zaplanowanymi.

W przypadku opisywanych badań wyniki takiego porównania pokazują, że studenci amerykańscy o pochodzeniu europejskim różnią się od studentów amerykańskich o pochodzeniu azjatyckim i studentów „wielonarodowościowców” o pochodzeniu azjatyckim w sensie utworzonego konstrukt wielowymiarowego. Osoby z pierwszej grupy charakteryzują się niższą średnią wartością dla wymiaru *Powściągliwość-Otwartość*. Natomiast w przypadku osób z pozostałych dwóch grup zróżnicowanie takie nie występuje.

## **Podsumowanie**

Przy podawaniu wyników wielowymiarowej analizy wariancji należy przedstawiać całościowe testy istotności statystycznej, współczynniki pełnej funkcji dyskryminacyjnej oraz

postać uproszczonego konstruktów wielowymiarowego. Powinna także zostać przedstawiona merytoryczna interpretacja utworzonego konstruktów wraz z wynikami testowania istotności statystycznej konstruktów oraz dalszych porównań szczegółowych.

W niniejszym opracowaniu przeprowadzono jednoczynnikową wielowymiarową analizę wariancji. Jako zmienne zależne wzięto pod uwagę wyniki oceny cech osobowości „wielkiej piątki” za pomocą kwestionariusza do oceny wymiarów osobowości NEO PI-R autorstwa Costy i McCrae [10]. Celem analizy było porównanie zróżnicowania cech osobowości pomiędzy trzema grupami studentów amerykańskich o różnym pochodzeniu etnicznym. Ocena założeń równości macierzy wariancji i kowariancji i normalności rozkładu badanych cech w obrębie porównywanych grup nie wykazała poważniejszych odstępstw. Oceniono również powiązania badanych cech osobowości za pomocą analizy korelacyjnej.

Wszystkie przeprowadzone testy wielowymiarowe (Wilksa, Pillai, Hotellinga i Roya) dały wyniki istotne statystycznie. Ponadto okazało się, że zmienna niezależna i pierwsza wielowymiarowa kombinacja zbioru zmiennych zależnych tłumaczy około 25% wspólnej wariancji. Wyznaczone na podstawie danych współczynniki funkcji dyskryminacyjnej wykazały, że porównywane grupy studentów o różnym pochodzeniu etnicznym różnią się pod względem wysokiego poziomu *Ekstrawersji* na tle niskiego poziomu *Otwartości na doświadczenie* i *Ugodowości*. Tak określonymu wielowymiarowemu konstruktowi nadano nazwę: „*Powściągliwość-Otwartość*”. Osoby mające niskie wyniki w tym wymiarze charakteryzowały się *spokojem* lub były nastawione z *rezerwą* na nowe doświadczenia. Z kolei osoby charakteryzujące się wysokimi wynikami w tym wymiarze zostały określone jako *tradycyjnie towarzyskie* (tzn. ekstrawertyczne, ugodowe i mało otwarte). Wymiar ten zinterpretowano jako *Powściągliwość-Otwartość* vs. *Towarzystwość-Tradycjonalizm*.

Szczegółowe porównania pokazały, że studenci amerykańscy o pochodzeniu europejskim różnili się od studentów amerykańskich o pochodzeniu azjatyckim i studentów „wielonarodowościowców” o pochodzeniu azjatyckim w sensie utworzonego konstruktów wielowymiarowego. Osoby z pierwszej grupy charakteryzowały się niższą średnią wartością dla wymiaru *Powściągliwość-Otwartość*. Natomiast w przypadku osób z pozostałych dwóch grup zróżnicowanie takiego nie obserwowano.

## Literatura

1. Grice J. W., Iwasaki M. (2007) A Truly Multivariate Approach do MANOVA, Applied Multivariate Research, v. 12, n. 3.
2. Hair J. F., Black W. C., Babin B. J., Anderson R. E., Tatham R. L. (2006) Multivariate Data Analysis, (6rd ed.), Pearson Education, Inc.
3. Huberty C. J. (1994) Applied Discriminant Analysis, Wiley.
4. Krzanowski W. J. (2000) Principles of Multivariate Analysis. A User's Perspective, Oxford University Press.
5. Maxwell S.E., Delaney H. D. (2004) Designing Experiments and Analyzing Data. A Model Comparison Perspective, 2-nd ed., Lawrence Erlbaum Associates.



6. Quinn G. P., Keough M. J. (2002) *Experimental Design and Data Analysis for Biologists*, Cambridge University Press.
7. StatSoft, Inc. (2011). *STATISTICA* (data analysis software system), version 10. [www.statsoft.com](http://www.statsoft.com).
8. Tabachnick BB. G., Fidell L. S. (1989) *Using Multivariate Statistics*, (2nd ed.), Harper & Row, Publishers, Inc.
9. Wielka piątka. (2012, czerwiec 8). Wikipedia, wolna encyklopedia. Dostęp 06:40, sierpień 3, 2012, Dostępny w Internecie: [//pl.wikipedia.org/w/index.php?title=Wielka\\_pi%C4%85tka&oldid=31583152](http://pl.wikipedia.org/w/index.php?title=Wielka_pi%C4%85tka&oldid=31583152)
10. Wilks S. S. (1932) Certain Generalizations in the Analysis of Variance, *Biometrika* 24.
11. Zawadzki B., Strelau J., Szczepaniak P., Śliwińska M. (1998) Inwentarz osobowości NEO-FFI Costy i McCrae. Pracownia Testów Psychologicznych PTP.